Soluciones

Problema 1

a) Sustituyendo $t = 1$ en x:

$$x(t = 1) = 16 - 6 = 10 \;\; m. \tag{1}$$

b) Igualando x a cero:

$$0 = 16t - 6t^2 \qquad \Rightarrow \qquad t = 0 \;\; s. \quad t = 2,6 \;\; s. \tag{2}$$

c) En $t = 0s$. $x = 0m$. y en $t = 2s$. $x = 8m$. La velocidad promedio es:

$$\bar{v} = \frac{x(t = 2) - x(t = 0)}{2} = \frac{8}{2} = 4\, ms^{-1} \tag{3}$$

d) La velocidad instantánea viene dada por:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 16 - 12t \;\; m\, s^{-1} \tag{4}$$

En $t = 0$, $v = 16ms^{-1}$.

e) Igualando $v(t)$ a cero:

$$0 = 16 - 12t \qquad \Rightarrow \qquad t = 1,3 \;\; s. \tag{5}$$

En ese instante $x(t = 1,3) = 10,6m$.

f) La aceleración promedio entre los tiempos t_0 y $t_0 + \Delta t$ es:

$$\bar{a} = \frac{v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)}{t_0 + \Delta t - t_0} = \frac{16 - 12(t_0 + \Delta t) - 16 + 12t_0}{\Delta t} = -12 \;\; m\, s^{-2} \tag{6}$$

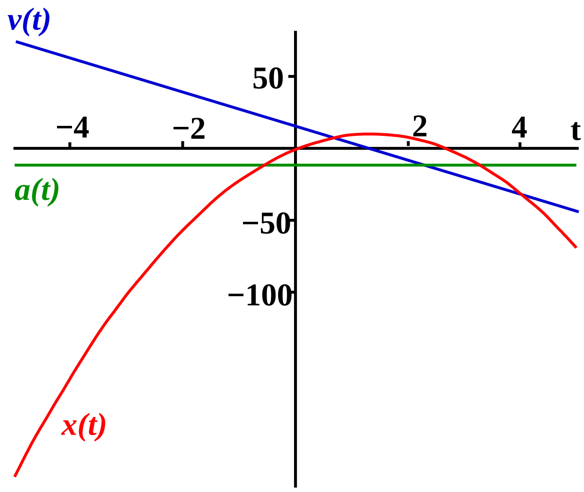
g) La aceleración instantánea es:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -12 \;\; m\, s^{-2} \tag{7}$$

h) La aceleración es constante (es un movimiento uniformemente acelerado) y nunca se anula.

i) El movimiento siempre es retardado ya que la aceleración siempre es negativa.

j) x como función de t es una parábola, mientras que $v(t)$ es una recta y a es constante:



Problema 2

a) La dimensión de la constante K es:

$$a = -Kv^2 \qquad \Rightarrow \qquad LT^{-2} = [K](LT^{-1})^2 = [K]L^2T^{-2} \quad \Rightarrow \quad [K] = L^{-1} \tag{8}$$

b)

$$\frac{dv}{dt} = -Kv^2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{dv}{v^2} = K\,dt \tag{9}$$

Integrando esta ecuación, teniendo en cuenta la condición inicial:

$$-\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v^2} = \int_0^t K\,dt \quad \rightarrow \quad \left.\frac{1}{v}\right|_{v_0}^{v} = Kt \tag{10}$$

es decir:

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = Kt \qquad\qquad v(t) = \frac{v_0}{1 + Kv_0t} \tag{11}$$

c) Una vez que hemos encontrado $v(t)$ se puede calcular $x(t)$:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{v_0}{1 + Kv_0t} \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{v_0}{1 + Kv_0t}\,dt \tag{12}$$

cuya integral es (teniendo en cuenta, otra vez, la condición inicial):

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{v_0}{1 + Kv_0t}\,dt \qquad x(t) = \frac{1}{K}\ln(1 + Kv_0t)\Big|_0^t = \frac{1}{K}\ln(1 + Kv_0t). \tag{13}$$

d) Para encontrar v como función de x hemos de hallar t como función de x y luego sustituirlo en v.

De (13):

$$1 + K v_0 t = e^{Kx} \tag{14}$$

Sustituyendolo en (11):

$$v = v_0 \, e^{-Kx} \tag{15}$$