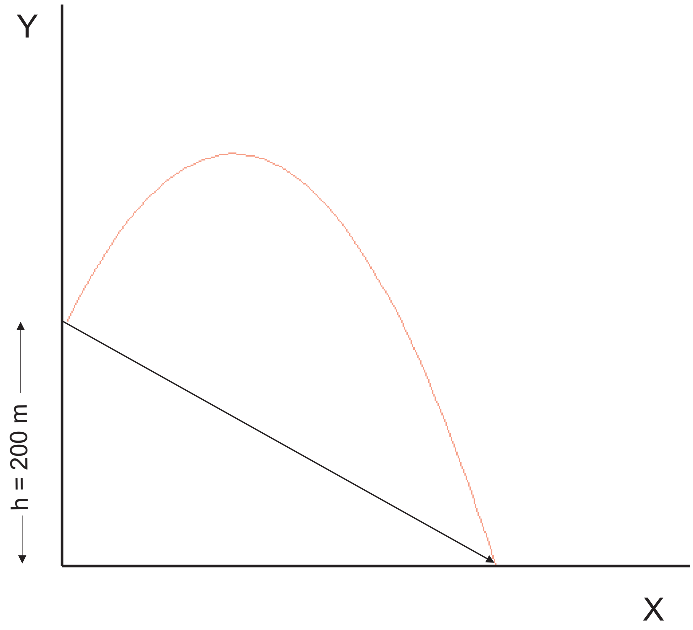
## Soluciones

### Problema 1




En el sistema de referencia de la figura las componentes de las velocidades así como del vector posición son:

$$v_x = v_0 \cos\alpha \qquad v_y = v_0 \sin\alpha - g\,t \tag{1}$$

y

$$x = v_0 \cos\alpha\, t \qquad y = h + v_0 \sin\alpha\, t - \frac{1}{2} g\, t^2 \tag{2}$$

Cuando el proyectil impacta sobre el suelo $y = 0$ y de la ecuación (2) se obtiene:

$$t = \frac{1}{g}\left(v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}\right) \approx 13,4\,s \tag{3}$$

Sustituyendo este valor en $x$ se obtiene la distancia a la que cae el proyectil:

$$x = v_0 \cos\alpha\, t \approx 401,4\,m \tag{4}$$

De (1) se obtiene el valor de las componentes de la velocidad:

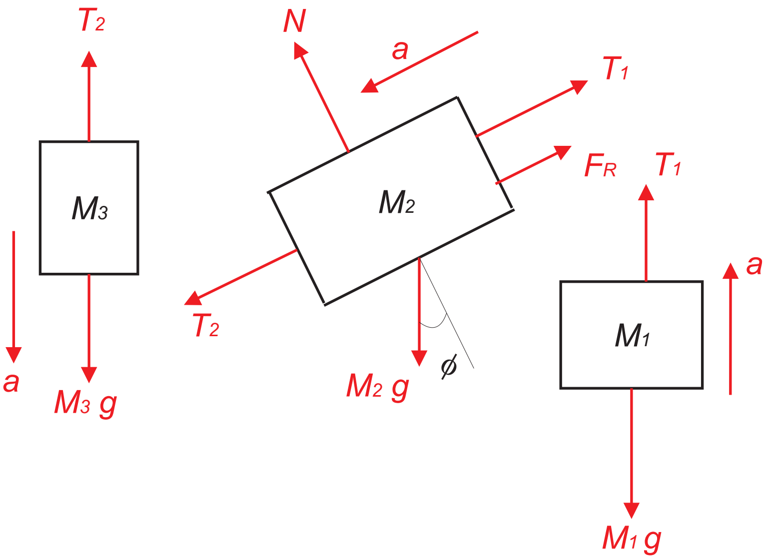
$$v_x \approx 30\,m/s \qquad v_y \approx -81,8\,m/s \tag{5}$$

El momento angular viene dado por $\vec{L} = m\,\vec{r} \times \vec{v}$. Para calcular el momento angular del proyectil en el punto de impacto respecto del punto de partida, el vector posición $\vec{r}$ que aparece en esta expresión es el que une ambos puntos (ver la figura). Es fácil ver que este vector tiene componentes $\vec{r}:(401,4,\ -200,\ 0)$ y el vector velocidad $\vec{v}:(30,\ -81,8,\ 0)$. Por tanto:

$$\vec{L} = m \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ 401,4 & -200 & 0 \\ 30 & -81,8 & 0 \end{vmatrix} \approx -m\, 26859,7\, \vec{u}_z \tag{6}$$

**Problema 2**

Las fuerzas que actúan sobre las diferentes masas del sistema son:




Las fuerzas y la aceleración en las masas $M_1$ y $M_3$ llevan todas la dirección vertical, por tanto la ecuación de Newton solo tiene una componente. Para la masa $M_2$ tomaremos el eje $X$ paralelo al plano inclinado y sentido positivo hacia abajo y el eje $Y$ perpendicular al plano inclinado y sentido positivo hacia arriba. Las ecuaciones de Newton son:

$$M_1\, a = T_1 - M_1\, g \tag{7}$$

$$\left\{ \begin{array}{lcl} M_2\, a & = & M_2\, g\, \sin\phi - T_1 + T_2 - F_R \\ 0 & = & N - M_2\, g\, \cos\phi \end{array} \right. \tag{8}$$

$$M_3\, a = M_3\, g - T_2 \tag{9}$$

De (7) se obtiene que $T_1 = M_1 a + M_1 g$, mientras que de (9) se obtiene: $T_2 = M_3 g - M_3 a$. Por otra parte, $F_R = \mu N = \mu M_2 g \cos\phi$. Sustituyendo estos valores en la primera ecuación de (8):

$$M_2\, a = M_2\, g\, \sin\phi - M_1\, a - M_1\, g + M_3\, g - M_3\, a - \mu\, M_2\, g\, \cos\phi \tag{10}$$

Despejando $a$:

$$a = \frac{M_2(\sin\phi - \mu\, \cos\phi) - M_1 + M_3}{M_1 + M_2 + M_3}\, g \tag{11}$$