

# El reloj del electrón

Martín Rivas

*Dpto. de Física Teórica e Historia de la Ciencia,  
Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea,  
Apdo. 644, 48080 Bilbao, Spain  
e-mail: martin.rivas@ehu.es*

## Abstract

If the conjecture of De Broglie of the existence of an internal periodic motion of an elementary particle has a mechanical reality, this corresponds to the consideration of an elementary particle as a clock. We have shown that this internal periodic motion corresponds to the motion of the center of charge around the center of mass, which is a basic feature for elementary spinning particles. In the case of electrons we propose to enlarge the range of a previous experiment by Gouanère et al. to properly measure this internal frequency, which could be used as a natural unit of time for physical phenomena at the scale of elementary particles.

PACS numbers: 03.65.Sq - Semiclassical theories

## I. DOS CENTROS DIFERENTES

Supongamos que el siguiente análisis clásico hubiera sido hecho antes de los años 20, es decir, antes de la formalización de la Mecánica Cuántica. Todo sistema mecánico cuya masa total es  $m$ , por ejemplo una partícula elemental, posee un punto característico, su centro de masa  $\mathbf{q}$ , que se mueve con una velocidad  $\mathbf{v} = d\mathbf{q}/dt$ , de tal manera que la trayectoria que describe este punto es la que describiría un objeto puntual, de la misma masa que la de la partícula, y sometido exclusivamente a la suma de las fuerzas externas  $\mathbf{F}$ . Su momento lineal se expresa como  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  o bien  $\mathbf{p} = m\gamma(v)\mathbf{v}$  en la formulación no relativista o relativista, respectivamente. En cualquiera de los dos casos, la trayectoria del centro de masa se calcula resolviendo la ecuación de la dinámica  $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}$ , con las condiciones de contorno adecuadas.

Si la partícula está cargada eléctricamente, podríamos determinar el centro de su distribución de carga, o bien determinar en cada instante aquél punto característico  $\mathbf{r}$ , donde supuesta concentrada toda su carga eléctrica  $e$ , el campo electromagnético externo produjera el valor de toda la fuerza externa. A este otro punto característico lo denominaríamos su centro de carga. Sería la velocidad de este punto  $\mathbf{u}$ , la que intervendría en la parte magnética de la fuerza.

Solamente pueden ocurrir dos casos para cualquier sistema mecánico cargado: Que ambos puntos sean el mismo o bien que sean diferentes. Para un sistema mecánico arbitrario parece improbable que vinieran representados por el mismo punto. Éste podría ser el caso si las distribuciones de masa y carga fueran proporcionales. Como en general no conocemos como está distribuida la carga y la masa de una partícula elemental, vamos a aceptar la hipótesis de que, en principio, ambos puntos sean diferentes.

Si son distintos, necesitamos conocer en cada instante ambos, ya que para determinar al menos la trayectoria del centro de masa deberemos conocer la fuerza, la cual queda determinada por el conocimiento de la posición del centro de carga  $\mathbf{r}$  y su velocidad  $\mathbf{u}$ , y de los campos externos. Pero, conocida la trayectoria del centro de masa de una partícula elemental  $\mathbf{q}$ , ¿cómo determinamos la trayectoria de su centro de carga  $\mathbf{r}$ ? Vamos a analizar en primer lugar cómo sería el movimiento de ambos puntos para una partícula elemental libre.

Si la partícula es libre, su momento lineal es constante y por lo tanto la velocidad  $\mathbf{v}$

del centro de masa es constante. El punto  $\mathbf{q}$  sigue una trayectoria rectilínea con velocidad constante. Pero, ¿cómo es la trayectoria libre del centro de carga  $\mathbf{r}$ ? Vamos a suponer que la curva que describe el centro de carga es una curva regular. Es decir, que es suficientemente derivable por lo que es posible asociarle un triedro de Frenet-Serret a cada punto de la misma. Ahora bien, el movimiento infinitesimal del triedro de Frenet-Serret se compone de las tres partes siguientes: 1) Un desplazamiento del triedro en la dirección del vector unidad tangente  $\mathbf{t}$ , de valor  $ds$ , siendo  $ds$  la longitud infinitesimal del arco descrito por el punto; 2) una rotación alrededor del vector binormal  $\mathbf{b}$  de ángulo  $\kappa ds$ , siendo  $\kappa$  la curvatura de la curva; 3) otra rotación de valor  $\tau ds$  alrededor del vector unidad tangente  $\mathbf{t}$ , debida a la torsión  $\tau$ . Estos dos últimos movimientos equivalen a una rotación instantánea, de vector velocidad angular  $\boldsymbol{\omega}$ , llamado vector de Darboux, y valor  $\boldsymbol{\omega} ds$ , siendo  $\boldsymbol{\omega} = \tau \mathbf{t} + \kappa \mathbf{b}$ .

Si consideramos un observador inercial arbitrario que describe el movimiento libre del centro de carga de una partícula elemental, la condición de que el movimiento que acabamos de describir corresponda a un movimiento libre, es que no sea posible distinguir un instante de otro en esa evolución, que todos los instantes sean idénticos en cuanto a su movimiento. Es decir, que lo que se desplaza el triedro sea independiente del punto y del instante en que lo analizamos. Esto implica que la velocidad  $u$  debe ser de módulo constante y lo que recorre en el tiempo  $dt$ ,  $ds = u dt$ , vale lo mismo en cualquier instante. Y otro tanto para las dos rotaciones instantáneas. Y como éstas están definidas por unidad de longitud de arco, la cual es proporcional al tiempo transcurrido, la curva descrita es necesariamente una curva de curvatura y torsión constantes. La trayectoria del centro de carga es una hélice recorrida con velocidad en valor absoluto constante. Y esta descripción ha de ser válida para todo observador inercial.

Si, como postulamos, una partícula elemental tuviera dos centros diferentes, el análisis que sigue produce una solución tan restrictiva, que es única. En efecto:

1. Si el centro de carga describe una hélice, el movimiento de este punto es acelerado, de tal manera que si cambiamos de observador inercial, para determinar su trayectoria en el nuevo referencial, las velocidades no pueden sumarse como vectores, porque si el vector velocidad  $\mathbf{u}$  posee dos orientaciones diferentes en los instantes arbitrarios  $t_1$  y  $t_2$ , al añadirle un vector velocidad constante, no produce necesariamente dos vectores del mismo módulo en el nuevo referencial.

Podría parecer que si un punto describe una hélice recorrida con velocidad en módulo constante en un referencial inercial, es imposible que ese movimiento sea también una hélice a velocidad constante en cualquier otro. De ser posible, la ley no relativista de adición de velocidades no se mantendría. Debería existir otra ley de composición de velocidades que diera lugar, al cambiar de referencial inercial, a otro vector velocidad de módulo constante, cualquiera que sea la orientación del vector  $\mathbf{u}$ .

2. Como el movimiento del centro de carga es acelerado, la velocidad de éste es necesariamente inalcanzable para cualquier observador inercial. En efecto, si en el instante  $t$  el observador inercial se sitúa en reposo con respecto al centro de carga, en el instante posterior  $t + dt$  la velocidad que mide no es cero, y por lo tanto contradictorio con el hecho de que la descripción que hace del movimiento de este punto es con velocidad de valor absoluto constante en todo instante.

La mecánica no relativista excluye la posibilidad de que una partícula elemental pudiera tener un centro de carga y un centro de masa como puntos diferentes.

La mecánica relativista suministra una única solución. El centro de carga describe necesariamente una hélice a la velocidad de la luz, en cualquier referencial.

En este último caso, el centro de masa se mueve con el valor medio de la velocidad del centro de carga, la cual es la proyección en la dirección de  $\mathbf{p}$  de la velocidad  $\mathbf{u}$ . Si la partícula no es libre, la condición de que es una partícula elemental nos lleva a admitir que su estructura interna no es modificada por una interacción, con lo que el centro de carga se sigue moviendo con la velocidad de la luz. Las interacciones producirán aceleraciones del centro de masa, sin modificar el valor absoluto de la velocidad del centro de carga.

## II. DOS CENTROS, DOS ESPINES

Se suele denominar espín al momento angular de una partícula elemental, pero no se suele precisar con respecto a qué punto. En algunos trabajos se sobreentiende que es el momento angular con respecto a su centro de masa. Todo momento angular es una propiedad mecánica que está siempre definida con respecto a un punto prefijado. Si una partícula elemental posee dos puntos característicos, podemos determinar el momento angular de la misma con respecto de ambos. Llamemos  $\mathcal{S}$  al momento angular de la partícula con respecto al centro

de carga. Su momento angular con respecto al centro de masa  $\mathbf{S}_{CM}$  es

$$\mathbf{S}_{CM} = (\mathbf{r} - \mathbf{q}) \times \mathbf{p} + \mathbf{S}.$$

El momento angular total de la partícula con respecto al origen del sistema de referencia de cualquier observador inercial se escribe de las dos formas

$$\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} + \mathbf{S}, \quad \text{o bien} \quad \mathbf{J} = \mathbf{q} \times \mathbf{p} + \mathbf{S}_{CM}.$$

Si la partícula es libre,  $\mathbf{p}$  se conserva y también  $\mathbf{J}$ . Como  $d\mathbf{J}/dt = 0$ , esto nos lleva a

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathbf{p} \times \mathbf{u}, \quad \frac{d\mathbf{S}_{CM}}{dt} = 0,$$

ya que  $\mathbf{p}$  tiene la dirección de la  $\mathbf{v}$ , pero no la de  $\mathbf{u}$ .

El espín con respecto al centro de masa  $\mathbf{S}_{CM}$  es una magnitud conservada para la partícula libre, pero el espín con respecto al centro de carga  $\mathbf{S}$ , no. Satisface una ecuación dinámica que implica que su variación temporal es perpendicular al momento lineal. De alguna manera está sugiriendo que  $\mathbf{S}$  precesa u oscila alrededor de la dirección de  $\mathbf{p}$ . Es la proyección de  $\mathbf{S}$  en la dirección de  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}$ , la que es una magnitud conservada.

Sea  $\mathbf{F}$  la fuerza electromagnética externa aplicada en el centro de carga  $\mathbf{r}$ . Ahora  $\mathbf{J}$  no es una magnitud conservada, ni tampoco  $\mathbf{p}$ . Pero el momento de la fuerza, con respecto al origen del sistema de referencia del observador, nos produce un par, tal que

$$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{J}}{dt},$$

lo que nos lleva a

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathbf{p} \times \mathbf{u}, \quad \frac{d\mathbf{S}_{CM}}{dt} = (\mathbf{r} - \mathbf{q}) \times \mathbf{F}.$$

El momento de las fuerzas externas con respecto al centro de masa nos produce la variación por unidad de tiempo del espín con respecto al centro de masa, mientras que el espín con respecto al centro de carga, satisface exactamente la misma ecuación dinámica que en el caso libre. Aunque ahora  $\mathbf{p}$  no es una magnitud conservada,  $\mathbf{S}$  sigue oscilando o precesando alrededor de  $\mathbf{p}$ .

Podemos distinguir ambos espines por su diferente comportamiento dinámico. En la literatura encontramos ya ambos espines. El observable espín de Bargmann, Michel y Telegdi [3] satisface una ecuación dinámica que es la generalización covariante sobre el espacio-tiempo, de la ecuación dinámica del  $\mathbf{S}_{CM}$ . Es lineal en los campos externos y se conserva para la partícula libre. El espín con respecto al centro de carga, satisface la misma ecuación dinámica que el operador espín de Dirac en el caso cuántico, como veremos a continuación.

### III. ESTRUCTURA DEL ELECTRÓN, SEGÚN DIRAC

Sea

$$H = (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \cdot c\boldsymbol{\alpha} + \beta mc^2 + e\phi,$$

el Hamiltoniano de Dirac, donde  $\phi(t, \mathbf{r})$  y  $\mathbf{A}(t, \mathbf{r})$  son los potenciales escalar y vectorial del campo electromagnético externo,  $\beta$  y  $\boldsymbol{\alpha}$  las matrices hermíticas de Dirac, y  $e$  y  $m$  el valor de la carga y de la masa del electrón, respectivamente.

Si el punto  $\mathbf{r}$  es el vector de posición en términos del cual se expresa el espinor de Dirac  $\psi(t, \mathbf{r})$ , cuando Dirac analiza la velocidad de ese punto obtiene: [1, 2]

1. La velocidad  $\mathbf{u} = d\mathbf{r}/dt = i/\hbar[H, \mathbf{r}] = c\boldsymbol{\alpha}$ , se expresa en términos de las matrices de Dirac  $\boldsymbol{\alpha}$ , que tienen como valores propios  $\pm 1$ , y de la velocidad de la luz  $c$ , y escribe: *‘... una medida de la componente de la velocidad de un electrón libre conduce al resultado  $\pm c$ . Esta conclusión se alcanza incluso en presencia de un campo.’*
2. El momento angular de un electrón con respecto al origen de un observador inercial, tiene la forma  $\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} + \mathbf{S} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ , y es una constante del movimiento para la partícula libre. Se compone de la parte orbital  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ , y del momento angular con respecto al punto  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{S} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$ , que está escrito en términos de las matrices de Pauli. Pero  $\mathbf{L}$  y  $\mathbf{S}$  no son, separadamente, constantes del movimiento. El espín  $\mathbf{S}$ , satisface la ecuación dinámica siguiente, tanto en el caso libre como en presencia de un campo electromagnético

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[H, \mathbf{S}] = \mathbf{p} \times c\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{p} \times \mathbf{u}.$$

3. Cuando calcula el momento lineal del electrón, observa que no tiene la dirección de la velocidad  $\mathbf{u}$  del punto  $\mathbf{r}$ , sino que está relacionado con un cierto valor medio de ella: *la componente  $x$  de la velocidad  $c\alpha_1$ , consta de dos partes, una parte constante de valor  $c^2 p_1 H^{-1}$ , relacionada con el momento lineal por su expresión relativista, y una parte oscilante, cuya frecuencia es al menos  $2mc^2/h$ .*

Parece claro que si el análisis clásico desarrollado en las secciones anteriores fuera conocido para Dirac, una consecuencia lógica del análisis cuántico del electrón es que las variables  $\mathbf{r}$ , de las que es función el espinor, representan la posición del centro de carga de la partícula, ya que

en ellas están definidos los potenciales externos, y además ese punto se mueve necesariamente con la velocidad de la luz. Además, el momento angular con respecto al punto  $\mathbf{r}$ ,  $\hbar\boldsymbol{\sigma}/2$ , satisface la misma ecuación dinámica que el espín clásico con respecto al centro de carga, tanto en el caso libre como en interacción.

Seguramente no habría habido ninguna dificultad en admitir que efectivamente el electrón posee al menos dos puntos característicos que están separados. Es sobre todo cuando calcula que el momento lineal no tiene la dirección de la velocidad  $\mathbf{u}$ , sino que está ligado con su valor medio.

De Broglie en su tesis [4] postula que: Toda porción de materia aislada posee un movimiento periódico de naturaleza sin precisar, cuya frecuencia viene dada por  $\nu = mc^2/h$ . Dirac sin embargo encuentra que la posible frecuencia asociada al movimiento del punto  $\mathbf{r}$  es el doble que la de De Broglie. Esta frecuencia es la del movimiento a la velocidad de la luz del centro de carga alrededor del centro de masa en el análisis clásico de un modelo que hemos obtenido a través de un formalismo general [5], y que describe un objeto de espín  $1/2$  al ser cuantizado y que además satisface la ecuación de Dirac [6]. Este modelo se describe en la figura 1 para el observador del centro de masa. El centro de carga efectúa un movimiento circular a la velocidad de la luz, de radio  $R = \hbar/2mc$  y frecuencia  $\nu_0 = 2mc^2/h$ , en este sistema de referencia.

#### IV. MIDIENDO EL RELOJ DEL ELECTRÓN

Si efectivamente el electrón tuviera un movimiento interno periódico del estilo que hemos mencionado, al desplazarse con velocidad constante obtendríamos una trayectoria del centro de carga que poseería también una periodicidad espacial. Se podría hablar de su *longitud de onda* como el valor de su período espacial, o bien la longitud que su centro de masa recorre durante una vuelta de su centro de carga. Pero la periodicidad temporal depende de la velocidad de su centro de masa. En efecto, supongamos que vemos moverse al centro de masa con velocidad  $\mathbf{v}$  como se indica en la figura 2. Como el centro de carga se sigue moviendo a la velocidad de la luz, su velocidad transversal  $u_{\perp} = \sqrt{c^2 - v^2}$ , por lo que un electrón en movimiento tarda más tiempo en completar una vuelta. Si llamamos  $T_0 = 2\pi R/c$  al tiempo que tarda en dar una vuelta para el observador del centro de masa, entonces para el que lo ve moverse con la velocidad  $\mathbf{v}$  tarda  $T = 2\pi R/u_{\perp} = \gamma(v)T_0$ , siendo  $\gamma(v) = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ .

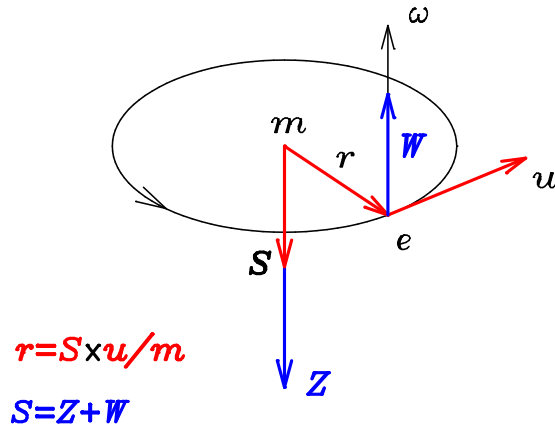


FIG. 1: Modelo clásico de electrón con espín. Evolución del centro de carga  $r$ , a la velocidad de la luz  $c$  para el observador del centro de masa. No se ha dibujado el sistema cartesiano ligado a este punto, que rota con la velocidad angular  $\omega$ . Se indican los dos términos que contribuyen al espín total. El espín total con respecto al centro de carga, que en este sistema de referencia vale lo mismo que respecto del centro de masa pues  $p = 0$ , es  $S = Z + W$ . La parte  $Z$  está ligada con el movimiento orbital de la carga con respecto al centro de masa y la parte  $W$  con la rotación del sistema cartesiano ligado al punto. Una vez cuantizado el modelo,  $S$  es la mitad de la contribución que proviene del movimiento orbital de la carga  $Z$ , por lo que al expresar el momento magnético que esta corriente produce, en términos del espín total, obtenemos que la relación giromagnética vale  $g = 2$ . El radio del movimiento circular de la carga vale  $R = \hbar/2mc$ .

Si lanzamos un haz de electrones con una velocidad de su centro de masa  $\mathbf{v}$  a través de un cristal, por ejemplo de Silicio, y la velocidad es la adecuada de tal manera que la periodicidad espacial del haz  $\lambda = vT$  y la periodicidad espacial de la red,  $d = 3.84\text{\AA}$  para el Si, sean comensurables, esto es, o bien  $d = k\lambda$ , o bien  $\lambda = nd$ , con  $k$  y  $n$  sendos enteros, entonces puede tener lugar una dispersión resonante con los átomos. Si en la interacción de cada electrón con un átomo de la red, recibe un impulso transversal  $\Delta p$  y un impulso longitudinal despreciable frente a  $p$ , cuando haya atravesado una longitud que contenga  $N$  átomos el impulso transversal total recibido será  $N\Delta p$ . Por lo tanto este electrón se desviará



un ángulo del orden de  $N\Delta p/p$ . Si, como proponen y realizan Gouanére et al.[7], medimos la intensidad del haz que atraviesa el cristal en la propia dirección de incidencia, existirán unos momentos lineales para los que se detectará una disminución de esta intensidad, debido a la dispersión resonante transversal. En la figura 3 se representa el movimiento de dos electrones polarizados longitudinalmente y transversalmente con respecto al movimiento de su centro de masa. Se compara esta descripción con la red de átomos de silicio con los que va a interactuar.

Cuando  $d = k\lambda$ , el electrón interactúa con cada átomo que se encuentra en su camino, mientras que en el caso  $\lambda = nd$ , sufrirá una interacción resonante cada  $n$  átomos. Una mayor  $\lambda$  implica también un mayor momento lineal, y por lo tanto el ángulo de dispersión será menor. Como

$$d = k\lambda = kvT = k\gamma(v)vT_0 = \frac{k\gamma(v)v}{\nu_0} = \frac{km\gamma(v)v}{m\nu_0} = \frac{kp}{m\nu_0}$$

existirán unos momentos lineales resonantes

$$p_{Dk} = \frac{m\nu_0 d}{k} = \frac{161.748}{k} \text{MeV}/c, \quad k = 1, 2, \dots \text{ (frecuencia de Dirac)}$$

para los que se detectará una disminución en la intensidad del haz de salida en la dirección frontal. En el mencionado experimento de Gouanére et al. [7], utilizaron un detector situado a 3 m del cristal de silicio con una ventana de  $3 \times 3$  mm, por lo que los electrones desviados un ángulo superior a 0.001 rad no se detectaban. Pretendían medir la frecuencia de De Broglie que es la mitad que la de Dirac, para la que los momentos lineales resonantes satisfacen

$$p_{Bk} = \frac{m\nu_0 d}{k} = \frac{80.874}{k} \text{MeV}/c, \quad k = 1, 2, \dots \text{ (frecuencia de De Broglie)}$$

por lo que establecieron en el experimento el rango de su momento lineal entre 54 y 110 MeV/c, para obtener, al menos, la primera frecuencia resonante. Lo que obtuvieron fue un pico resonante para el valor de  $p = 81.1$  MeV/c en vez del valor esperado de  $p = 80.874$  MeV/c, que es el correspondiente a  $k = 2$  para el caso de que la frecuencia del electrón fuera la de nuestro modelo.

Si el reloj del electrón tuviera la frecuencia de De Broglie  $\nu_0 = mc^2/h$ , entonces los picos resonantes que se obtendrían son los de la figura 4, mientras que en el supuesto de que la frecuencia fuera la de Dirac y del modelo que se presenta, que es el doble que la de De Broglie, se obtendrían los picos de la figura 5. Todos los picos inferiores asociados a la

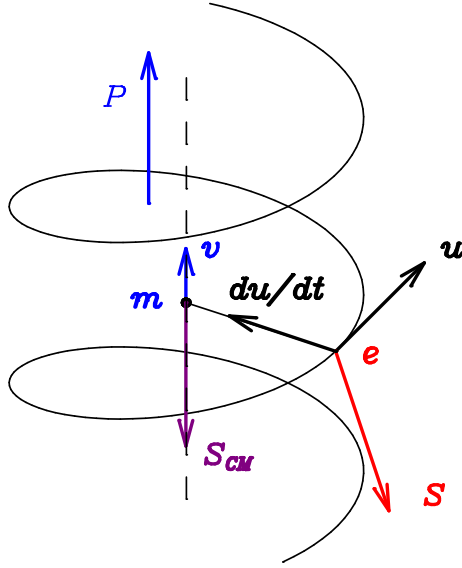


FIG. 2: Movimiento del centro de masa con velocidad  $v$  y movimiento helicoidal a la velocidad de la luz del centro de carga de un electrón libre. Se representan los dos momentos angulares  $S$  y  $S_{CM}$ , que muestran que  $S_{CM}$  es conservado, mientras que  $S$  precesa alrededor del momento lineal. La velocidad transversal del centro de carga  $u_{\perp} = \sqrt{c^2 - v^2}$ , por lo que tarda más en dar una vuelta. El reloj del electrón móvil va más despacio.

frecuencia de De Broglie aparecen en el caso de la frecuencia doble de Dirac, pero no a la inversa. La presencia de unos u otros permitirá discernir en un primer momento, entre estas dos posibles frecuencias. Una medida precisa de estos picos representa una medida precisa de la frecuencia interna del electrón  $\nu_0$ . Sería deseable, ampliar el rango del experimento de Gouanère et al. para permitir detectar los picos inferiores a 80.874 MeV/c. Se pondría de manifiesto la existencia de este movimiento periódico interno y nos permitiría determinar la frecuencia del reloj del electrón.

La medida precisa de esta frecuencia podría ser usada para definir una unidad natural de tiempo asociada a fenómenos físicos en los que intervienen los electrones. Juntamente con la constante universal  $c$ , nos permite tener también una unidad natural de longitud, por lo que todas las variables cinemáticas usadas en la descripción clásica del electrón se pueden tomar como adimensionales, en este sistema natural de unidades.

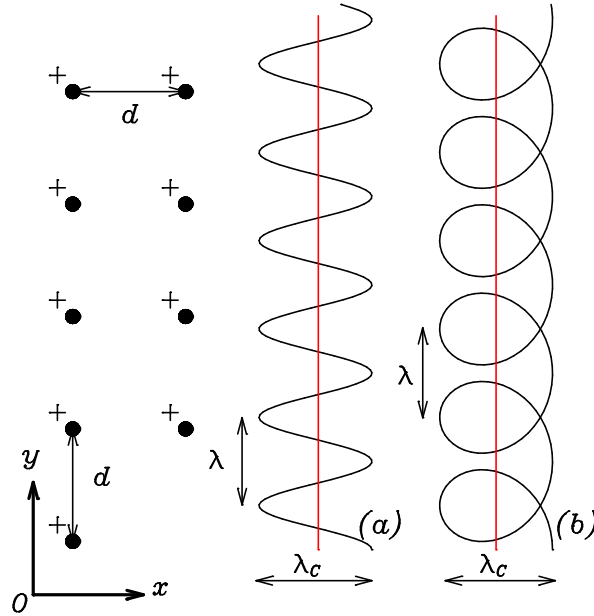


FIG. 3: En la izquierda de la figura se representa la red de átomos de silicio, cuyos núcleos están separados una distancia  $d = 3.84\text{\AA}$ . A la derecha tenemos la proyección sobre el plano  $XOY$  de los movimientos del centro de carga de dos electrones polarizados, (a) longitudinalmente y (b) transversalmente, al movimiento de su centro de masa. En rojo aparece la correspondiente trayectoria de su centro de masa. Ambas descripciones no están a la misma escala.  $\lambda_c = 2R \sim 10^{-13}\text{m}$  es la oscilación transversal del centro de carga, y  $\lambda = vT$  es lo que recorre el centro de masa durante una vuelta de la carga.

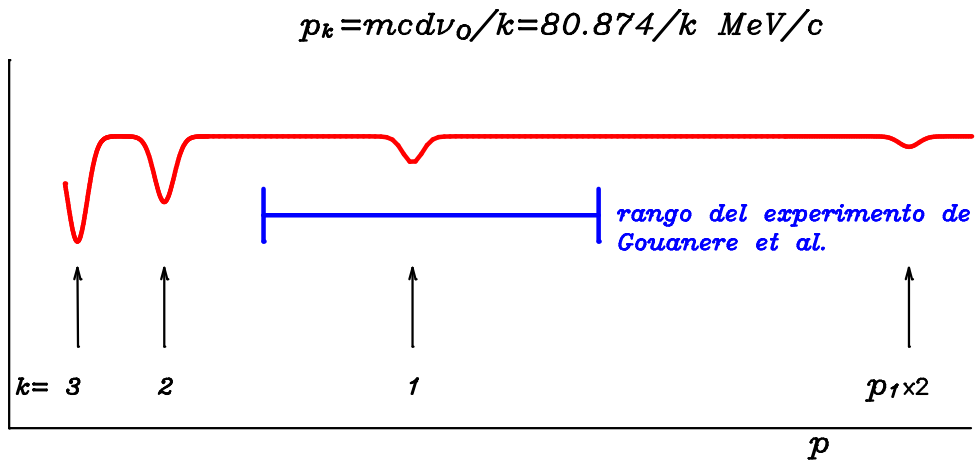


FIG. 4: Diferentes picos de la dispersión resonante del haz de electrones en el supuesto de que la frecuencia interna del movimiento del centro de carga fuera la de De Broglie  $\nu_0 = mc^2/h$ .

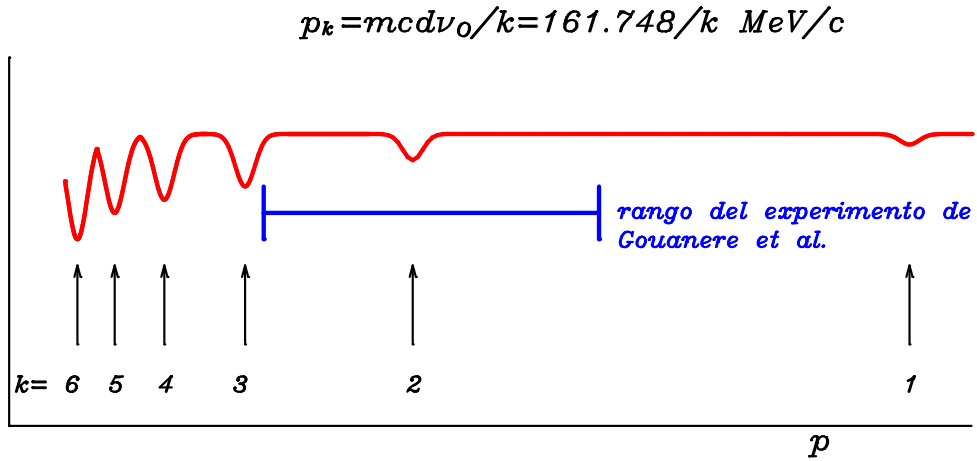


FIG. 5: Diferentes picos de la dispersión resonante del haz de electrones en el supuesto de que la frecuencia interna fuera el doble que la de De Broglie  $\nu_0 = 2mc^2/h$ .

## V. COMENTARIOS FINALES

De verificarse la existencia de esos momentos lineales que producen esa dispersión resonante, nos conduce a que la conjetura de De Broglie sobre la existencia de un movimiento periódico, es decir de una frecuencia, asociada a toda partícula elemental, no estaba desechada. Pero eso no implicaría lo que se ha dado en llamar la dualidad onda-corpúsculo asociada a la materia, sino en la predicción de una estructura mecánica, la separación entre los centros de masa y de carga, cuyo movimiento periódico se manifiesta cuando realizamos experiencias con estos objetos. La doble periodicidad espacial y temporal de una onda, aparecería claramente asociada a la periodicidad temporal y espacial del desplazamiento de esos dos centros, sobre todo cuando realizamos experiencias con haces de partículas idénticas (grandes cantidades de partículas), todas con la misma velocidad de sus centros de masa. Este movimiento periódico contiene una fase, que nos describe la posición relativa del centro de carga con respecto al centro de masa, que bien podría interpretarse como la fase de un fenómeno ondulatorio. Al interactuar un haz de partículas, por ejemplo con una rendija, el desconocimiento de la fase del movimiento interno produce una imprecisión en el conocimiento preciso de la interacción de cada partícula con la rendija, y por lo tanto no es extraña la existencia del fenómeno de la difracción. La dependencia de la fase en la difracción, bien puede estar relacionada, no en un pretendido carácter o comportamiento

ondulatorio de la materia, sino en el desconocimiento preciso de esta fase. Es decir, desde el punto de vista mecánico, es probable que una partícula elemental con espín posea efectivamente dos centros separados, cuyo movimiento relativo periódico es exactamente el mismo para dos cualesquiera de ellas, como corresponde a objetos idénticos e indistinguibles. Definitivamente, el electrón tiene reloj.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto de investigación de la Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea 9/UPV00172.310-14456/2002.

- 
- [1] P.A.M. Dirac, *The Quantum Theory of the Electron*, Proc. Roy. Soc. Lon. **A117**, 610 (1928), en particular p. 619.
- [2] P.A.M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, 4th ed. Oxford University Press, Oxford, (1958), section 69.
- [3] V. Bargmann, L. Michel and V.L. Telegdi, *Precession of the Polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field*, Phys. Rev. Lett. **2**, 435, (1959).
- [4] de Broglie L 1924 Thèse de doctorat. Sommaire: ... nous admettons dans le présent travail l'existence d'un phénomène periodique d'une nature encore à préciser qui serait lié à tout morceau isolé d'énergie et qui dépendrait de sa masse propre par l'équation de Planck-Einstein.
- [5] M.Rivas, *Kinematical theory of spinning particles*, Fundamental Theories of Physics Series, vol 116, Kluwer, Dordrecht (2001). Una versión abreviada, de un curso impartido en el JINR, puede obtenerse en [arXiv/physics/0509131](http://arXiv.org/physics/0509131).
- [6] M. Rivas, *Quantization of generalized spinning particles. New derivation of Dirac's equation*, J. Math. Phys. **35**, 3380 (1994).
- [7] M. Gouanère, M. Spighel, N. Cue, M.J. Gaillard, R. Genre, R. Kirsch, J.C. Poizat, J. Remillieux, P. Catillon and L. Roussel *Found. Phys.* **38**, 659, (2008). <http://www.ensmp.fr/aflb/AFLB-301/aflb301m416.htm>